

DOI: doi.org/10.58797/pilar.0102.07

Kajian Gerak Jatuh Bebas dengan Persamaan Lagrangian & Newtonian sebagai Bahan Ajar Fisika Kelas X

Siti Rachmawati*, Azizah Zahro Ibrahim, Salsha Putri Fajriani,
Indri Febilioni

Pendidikan Fisika, FMIPA, Universitas Negeri Jakarta, Jalan Rawa Mangun Muka Raya No.11 Kota Jakarta Timur, 13220, Indonesia

*Corresponding Email: sitirachmawati0501@gmail.com

Received: 23 Oktober 2022
Revised: 19 November 2022
Accepted: 20 Desember 2022
Online: 31 Desember 2022
Published: 31 Desember 2022

Mitra Pilar: Jurnal Pendidikan, Inovasi, dan Terapan Teknologi
p-ISSN: 2964-7622
e-ISSN: 2964-6014



Abstract

This article contains a study on free fall motion. This study aims to calculate the free fall equations of motion using the Lagrangian and Newtonian equations and then compare them. The study was conducted through experimental activities in a virtual laboratory using a computer-assisted experimental tool called Algodoo with the simulation title "Free Fall". Experimental results on free fall motion show that calculations using the Lagrangian and Newtonian equations will yield the same results. The results of teaching materials can be used as an alternative to free fall equations of motion in high school physics.

Keywords: air friction, free fall motion, Lagrangian, Newtonian.

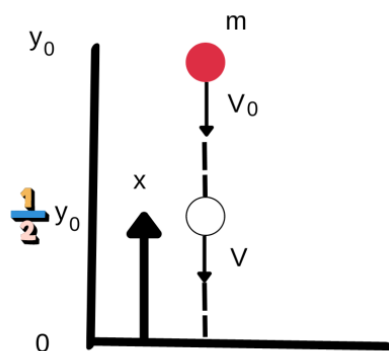
Abstrak

Artikel ini memuat kajian pada gerak jatuh bebas. Tujuan dari kajian ini yaitu untuk menghitung persamaan gerak jatuh bebas menggunakan persamaan Lagrangian dan Newtonian kemudian membandingkannya. Kajian dilakukan melalui kegiatan percobaan di laboratorium virtual menggunakan perangkat alat percobaan berbantuan komputer bernama Algodoo dengan judul simulasi "Free Fall". Hasil percobaan pada gerak jatuh bebas menunjukkan bahwa perhitungan menggunakan persamaan Lagrangian dan Newtonian akan didapatkan hasil yang sama. Hasil bahan ajar dapat digunakan sebagai alternatif persamaan gerak jatuh bebas pada fisika SMA.

Kata-kata kunci: gaya gesek udara, gerak jatuh bebas, Lagrangian, Newtonian.

PENDAHULUAN

Materi GJB wajib didapatkan oleh siswa kelas X di sekolah menengah atas. Pemahaman siswa mengenai gerak jatuh bebas sering disalah pahami, karena miskonsepsi yang ada dalam diri peserta didik misalnya mengenai percepatan gerak jatuh benda. Siswa sering beranggapan jika massa dapat mempengaruhi percepatan pada benda yang jatuh vertikal ke bawah. Sebelum pada masa Galileo, terdapat juga orang yang mempercayai bahwa benda yang lebih berat atuh lebih cepat dari benda yang lebih ringan, dan bahwa laju jatuh benda dengan berat benda tersebut adalah sebanding (Toda dkk., 2020).



Gambar 1. Gerak Jatuh Bebas

Suatu benda dikatakan mengalami Gerak Jatuh Bebas, jika benda tersebut 7dilepaskan dari suatu ketinggian tertentu terhadap tanah tanpa kecepatan awal. Benda yang dijatuhkan dari atas akan jatuh ke bumi karena benda tersebut mendapat percepatan gravitasi (g) yang arahnya selalu menuju ke pusat bumi (Ristiawan, 2018). Percepatan konstan untuk jatuh bebas ini dinamakan percepatan akibat gravitasi (acceleration due to gravity) dan besarnya dilambangkan dengan huruf g . Karena g adalah magnitudo dari sebuah besaran vektor, g selalu mempunyai nilai positif.

Kajian gerak jatuh bebas dengan menggunakan persamaan lagrangian dan newtonian sangat penting digunakan pada bahan ajar SMA, walaupun pendekatan lagrangian terhadap sistem ini relatif lebih rumit daripada pendekatan Newton karena melibatkan penurunan persamaan Lagrange. Akan tetapi, persamaan lagrangian peting untuk dipakai peserta didik terutama saat analisis gaya tidak memungkinkan. Misalnya gayanya banyak sekali dan arahnya berubah-ubah. Atau sistemnya terdiri dari banyak objek, jadi tidak mungkin (atau merepotkan) jika kita analisis gayanya satu per satu. Formulasi mekanika Lagrange itu sangat umum dan bisa diterapkan di koordinat apapun, bahkan koordinat lokal (bisa untuk tensor). Jadi bisa diterapkan dimana-mana. Ini yang membuat Mekanika Lagrange digunakan di Fisika Kuantum (karena penyebab gerak tidak bisa ditentukan, tapi state-nya bisa diukur) dan Relativitas (karena konsep gaya tidak bisa dipakai untuk interaksi jarak jauh).

Rumus Gerak Jatuh Bebas (Umum)

Secara matematis, gerak jatuh bebas ditulis :

$$V_t = V_0 + a \cdot t \quad (1)$$

Karena $V_0 = 0$ dan $a = g$, maka rumus di atas berubah menjadi

$$V_t = g \cdot t \quad (2)$$

Adapun rumus untuk mencari suatu ketinggian benda (h) bisa mengganti persamaan gerak lurus berubah beraturan, sehingga di dapatkan persamaan ketinggian benda untuk gerak jatuh bebas yakni:

$$h = \frac{1}{2} g \cdot t^2 \quad (3)$$

Untuk menentukan kecepatan benda yang jatuh bebas dari ketinggian h , dapat ditentukan dengan menggunakan rumus:

$$V_t^2 = 2 g \cdot h \quad (4)$$

keterangan :

V_0 = kecepatan awal (m/s)

V_t = kecepatan akhir (m/s)

a = percepatan (m/s^2)

h = ketinggian (m)

g = percepatan gravitasi ($9,8 m/s^2$)

t = waktu (s)

Persamaan Gerak Jatuh Bebas

Selama membahas Gerak Jatuh Bebas, dapat menggunakan rumus atau persamaan GLBB, dengan memilih kerangka acuan yang diam terhadap bumi. Dan menggantikan x atau s (pada persamaan glbb) dengan y , karena benda bergerak vertikal. Serta dapat menggunakan h , menggantikan x atau s .

Kedudukan awal benda ditetapkan $y_0 = 0$ untuk $t = 0$. Percepatan yang dialami benda ketika jatuh bebas adalah percepatan gravitasi, sehingga dapat menggantikan a dengan g . Dengan demikian, persamaan Gerak Jatuh Bebas tampak seperti pada kolom kanan tabel.

GLBB	GJB
$V_x = V_{x0} + at$	$V_y = V_0 + gt$
$X = X_0 + V_{x0}t + \frac{1}{2} at^2$	$Y = V_{y0}t + \frac{1}{2} gt^2$
$V_x^2 = V_{x0}^2 + 2as$	$V_y^2 = V_{y0}^2 + 2gh$

Lagrangian dan Newtonian : Gerak Jatuh Bebas

Berikut adalah persamaan Lagrangian dan persamaan Newtonian untuk gerak jatuh bebas.

Lagrangian	Newtonian
$V_t = V_0 + gt$	$v_t = v_0 + gt$
$y_t = y_0 + V_0t + \frac{1}{2} gt^2$	$y = V_0t + \frac{1}{2} gt^2$
$V_t^2 = V_{y0}^2 + 2gh$	$V_y^2 = V_{t0}^2 + 2gh$

keterangan :

$V_0 = V_{t_0}$ = kecepatan awal (m/s)

V_t = kecepatan akhir (m/s)

V_{x_0} = kecepatan awal pada sumbu x (m/s)

V_x = kecepatan akhir pada sumbu x (m/s)

V_{y_0} = kecepatan awal pada sumbu y (m/s)

V_y = kecepatan akhir pada sumbu y (m/s)

y_0 = titik awal pada sumbu y (m)

y_t = titik akhir sumbu y (m)

y = jarak yang ditempuh pada sumbu y (m)

s = jarak yang ditempuh (m)

a = percepatan (m/s^2)

h = ketinggian (m)

g = percepatan gravitasi ($9,8 \text{ m/s}^2$)

t = waktu (s)

Pada dasarnya, persamaan Lagrangian dan Newtonian berasal dari rumus inti yang sama dengan metode perhitungan yang berbeda. Kajian gerak jatuh bebas dengan persamaan Lagrangian dan Newtonian ini dilakukan untuk memberikan alternatif bahan ajar SMA Fisika kelas X. Dalam penelitian ini juga akan didiskusikan mengenai perbandingan kedua persamaan tersebut untuk dianalisis sehingga mendapatkan persamaan yang lebih mudah serta efisien untuk diajarkan pada siswa SMA pada materi Fisika kelas X.

METODE

Metode yang digunakan adalah metode eksperimen. Dimana metode eksperimen ini termasuk jenis metode penelitian kuantitatif. Umumnya, jenis penelitian ini digunakan untuk melihat pengaruh variabel bebas terhadap variabel terikat yang dapat dikendalikan, sehingga tidak ada variabel lain yang memengaruhi variabel terikat. Adapun eksperimen gerak jatuh bebas kami dilakukan menggunakan perangkat lunak berbasis aplikasi komputer dengan nama Algodoo dengan judul percobaan "Free Fall". Dimana variabel bebasnya terdiri dari ketinggian dan ada tidaknya gesek udara. Sedangkan untuk variabel terikat pada eksperimen ini adalah kecepatan akhir dan waktu. Penggunaan aplikasi komputer dengan Algodoo ini juga dapat membantu peserta didik memahami gerak jatuh bebas secara komprehensif melalui pembelajaran mandiri di luar jam tatap muka.

Gerak Jatuh Bebas dengan Gaya Gesek Udara

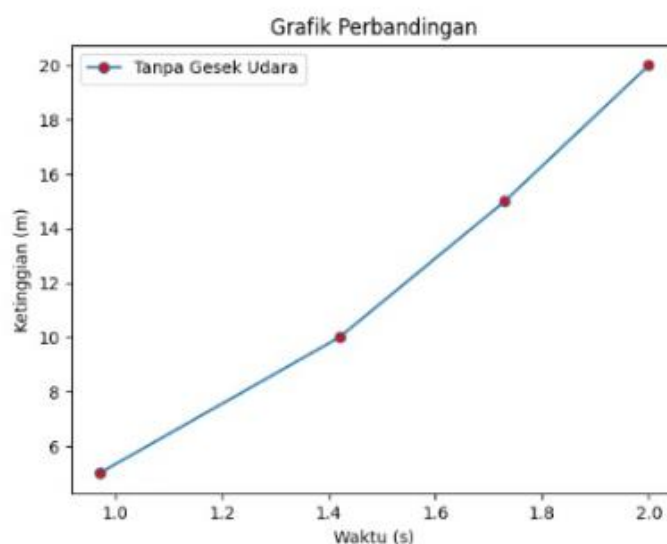
Pada percobaan gerak jatuh bebas dengan gaya gesek udara, variabel yang diubah adalah ketinggian yaitu 5 m, 10 m, 15 m, dan 20 m. Saat percobaan dilangsungkan, akan terlihat langsung bagaimana pergerakan grafik antara ketinggian dan waktunya. Pada grafik tersebut juga dapat terlihat kecepatan yang merupakan turunan dari ketinggian terhadap waktu. Hasil dari percobaan ini yaitu terlihat bola yang dijatuhkan dari ketinggian tertentu tidak lurus jatuh ke bawah, tetapi memiliki jarak dalam koordinat x.

Gerak Jatuh Bebas tanpa Gaya Gesek Udara

Pada percobaan gerak jatuh bebas tanpa gaya gesek udara, variabel yang diubah adalah ketinggian yaitu 5 m, 10 m, 15 m, dan 20 m. Saat percobaan berlangsung, akan terlihat langsung bagaimana pergerakan grafik antara ketinggian dan waktunya. Pada grafik tersebut juga dapat terlihat kecepatan yang merupakan turunan dari ketinggian terhadap waktu. Hasil dari percobaan ini yaitu terlihat bola yang dijatuhkan dari ketinggian tertentu akan lurus jatuh ke bawah dengan koordinat x yang sama.

HASIL DAN PEMBAHASAN

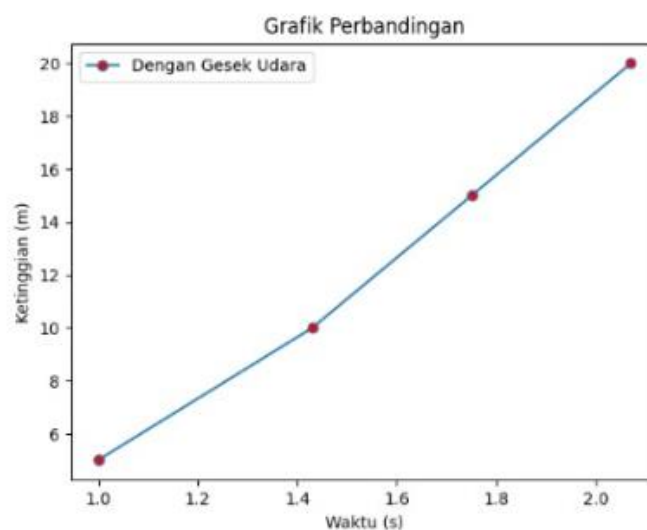
Hasil percobaan pada gerak jatuh bebas dengan variasi ketinggian yang berbeda, yaitu 5 m, 10 m, 15 m dan 20 m yang ditunjukkan pada tabel dengan hasil percobaan ditunjukkan oleh kurva titik-titik dan sedangkan hasil perhitungan ditunjukkan oleh kurva garis sedangkan hasil percobaan ditunjukkan oleh kurva titik-titik. Hasil perhitungan dibandingkan dengan hasil simulasi, menunjukkan bahwa, perbedaan pada desimal hasil akhir perhitungan. Berikut grafik simulasi dari gerak jatuh bebas tanpa gaya gesek udara.



Gambar 2. Grafik gerak jatuh bebas dengan variasi ketinggian 5m, 10m, 15m, dan 20m.

TABEL 1. Hasil simulasi untuk waktu (t) dan kecepatan akhir (v_t) gerak jatuh bebas pada berbagai ketinggian (h).

Ketinggian (m)	Waktu (s)	Kecepatan Akhir (v/t)
5	1,0	9,5
10	1,43	13,443
15	1,75	16,449
20	2,07	19,034

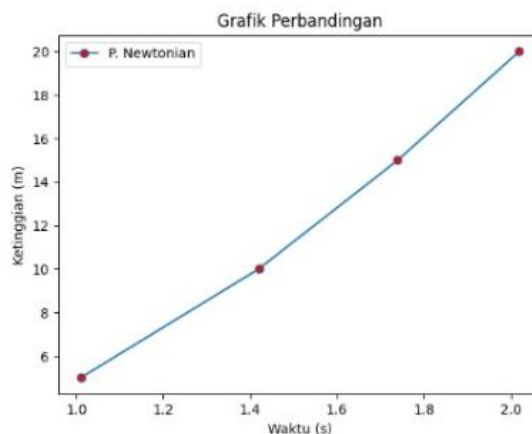


Gambar 3. Grafik gerak jatuh bebas dengan variasi ketinggian 5m, 10m, 15m, dan 20m dipengaruhi oleh gaya gesek udara.

TABEL 2. Hasil simulasi untuk waktu (t) dan kecepatan akhir (v_t) gerak jatuh bebas yang dipengaruhi gaya gesek udara pada berbagai ketinggian (h).

Ketinggian (h)	Waktu (t)	Kecepatan akhir (v_t)
5	0,87	9,473
10	1,42	13,884
15	1,73	16,987
20	2,0	19,6

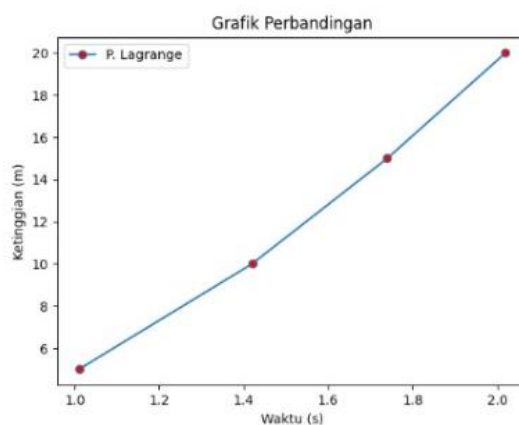
Hasil simulasi dari gerak jatuh bebas ditunjukkan pada grafik. Hasil simulasi menunjukkan bahwa waktu dan kecepatan akhir meningkat seiring dengan peningkatan ketinggian. Pada simulasi waktu gerak jatuh bebas dengan gaya gesek udara lebih cepat dibandingkan dengan waktu tanpa gaya gesek udara, sedangkan kecepatan akhir gerak jatuh bebas dengan gaya gesek udara lebih besar dibanding kecepatan akhir gerak jatuh bebas tanpa gaya gesek udara. rHal ini sebebkan karena besarnya gaya gesekan sebanding dengan kuadrat kecepatan (v), tetapi arahnya berlawanan dengan kecepatan.



Gambar 4. Grafik gerak jatuh bebas dengan variasi ketinggian 5m, 10m, 15m, dan 20m dengan persamaan Langrangian.

TABEL 3. Hasil simulasi perhitungan dengan Newtonian untuk waktu (t) dan kecepatan akhir (v_t) gerak jatuh bebas pada berbagai ketinggian (h).

Ketinggian (h)	Waktu (t)	Kecepatan akhir (v_t)
5	1,01	9,898
10	1,42	13,916
15	1,74	17,052
20	2,02	19,796



Gambar 5. Grafik gerak jatuh bebas dengan variasi ketinggian 5m, 10m, 15m, dan 20m dengan persamaan Langrangian.

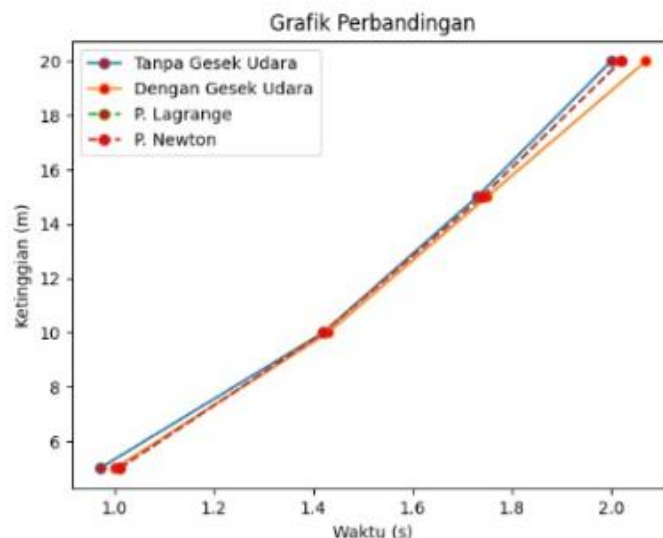
TABEL 4. Hasil simulasi perhitungan dengan Langrangian untuk waktu (t) dan kecepatan akhir (v_t) gerak jatuh bebas pada berbagai ketinggian (h).

Ketinggian (h)	Waktu (t)	Kecepatan akhir (v _t)
5	1,01	9,898
10	1,42	13,916
15	1,74	17,052
20	2,02	19,796

Dari hasil perhitungan secara teori yaitu dengan Newtonian $h = \frac{1}{2}gt^2$ dan $t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$ dan Langrangian $y = g\frac{t^2}{2}$ dan $t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$, menunjukkan bahwa waktu dan kecepatan akhir meningkat seiring dengan peningkatan ketinggian benda.

Pembahasan

Dapat diasumsikan bahwa ketinggian benda mempengaruhi waktu tempuh dan kecepatan akhir benda. Waktu tempuh benda hingga menyentuh lantai tidak dipengaruhi oleh berat benda, jika dua buah benda dijatuhkan dari ketinggian dan tempat yang sama maka kedua benda tersebut akan menyentuh lantai dalam waktu yang bersamaan walaupun kedua benda tersebut memiliki berat yang berbeda (Permatasari et al., 2018). Hasil perhitungan menunjukkan bahwa gerak jatuh bebas, khususnya pada persamaan Newtonian dan Langrangian mendapatkan hasil yang sama. Faktor penyebab ketidaksesuaian antara hasil perhitungan dengan teori antara lain kemampuan membaca hasil simulasi yang kurang teliti dan pembulatan hasil perhitungan teori. Hal ini membuktikan perhitungan Newtonian dan Langrangian sama, dan gerak jatuh bebas dipengaruhi oleh ketinggian benda dan gaya gesek udara. Dimana, besarnya gaya gesekan sebanding dengan kuadrat kecepatan (v), tetapi arahnya berlawanan dengan kecepatan. Berikut grafik hasil percobaan dan simulasi dari gerak jatuh bebas.



Gambar 6. Grafik gerak jatuh bebas dengan variasi ketinggian 5m, 10m, 15m, dan 20m. Hasil simulasi dan perhitungan ditunjukkan oleh grafik linear.

Pada pembelajaran SMA Fisika kelas X, biasanya pendidik mengajar dengan menggunakan persamaan Newtonian. Persamaan Newtonian cenderung lebih sederhana dan dapat dimengerti dengan mudah. Maka dari itu, persamaan Newtonian untuk gerak jatuh bebas dinilai lebih mudah dan efisien untuk diajarkan pada jenjang SMA matapelajaran Fisika kelas X.

Walaupun turunan parsial umumnya diperkenalkan pada kalkulus tingkat perguruan tinggi, namun secara konsep relatif sederhana dan dapat dijelaskan kepada siswa menengah lanjutan yang tertarik untuk mempelajari lebih lanjut tentang kalkulus. Dengan ini, peserta didik dapat melihat gerak jatuh bebas dengan sudut pandang berbeda, mulai dari eksperimen, persamaan Newtonian, dan persamaan Lagrangian.

SIMPULAN

Telah dikaji gerak jatuh bebas dengan persamaan Lagrangian dan Newtonian, adapun kesimpulan yang didapat sebagai berikut.

1. Hasil perhitungan dan grafik menunjukkan bahwa perhitungan gerak jatuh bebas menggunakan persamaan Lagrangian maupun Newtonian akan menghasilkan nilai yang sama.
2. Percobaan dilakukan dan dibuktikan bahwa ketinggian berbanding lurus waktu tempuh serta kecepatan benda.
3. Gerak jatuh bebas dipengaruhi oleh ketinggian benda dan gaya gesek udara.
4. Persamaan Lagrangian pada gerak jatuh bebas dapat menjadi bahan ajar untuk siswa tingkat menengah lanjutan, sehingga dapat melihat persamaan gerak jatuh bebas dari sudut pandang yang lain.

UCAPAN TERIMA KASIH

Ucapan terima kasih penulis sampaikan kepada Dosen Matakuliah Mekanika Klasik Program Studi Pendidikan Fisika FMIPA Universitas Negeri Jakarta Semester 117, Dewi Mulyati M.Si., M.Sc atas bimbingannya sehingga jurnal ini dapat selesai. Penulis juga mengucapkan terima kasih atas seluruh pihak yang mendukung baik secara moral maupun materil demi kelancaran kegiatan penyusunan jurnal ini.

Lampiran 1

Lagrangian : Penurunan Rumus Gerak Jatuh Bebas

$$L = T - V = \frac{1}{2}mv^2 - mgy$$

$$L = -mgy \rightarrow \text{Lagrangian dititik awal}$$

$$T = V \rightarrow L = T - V = 0$$

$$L = T - V = \frac{1}{2}mv^2 - mgy \quad \text{Koordinat umum : } v = \dot{x} \quad y = x$$

$$L = \frac{1}{2}m\dot{x}^2 - mgx \quad (6)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}} \right) - \frac{\partial L}{\partial x} = 0 \quad \rightarrow \text{Persamaan diferensial}$$

$$\frac{\partial L}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{2}m\dot{x}^2 - mgx \right)$$

$$\frac{\partial L}{\partial x} = -mg \quad (7)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}} \right) = \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial}{\partial \dot{x}} \left(\frac{1}{2}m\dot{x}^2 - mgx \right) \right)$$

$$= \frac{d}{dt} \left(2 \frac{1}{2}m\dot{x}^{2-1} \right)$$

$$= \frac{d}{dt} (m\dot{x})$$

$$= m \frac{d\dot{x}}{dt}$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}} \right) = m\ddot{x} \quad \text{dimana } \dot{x} = v \quad \text{dan } \ddot{x} = a \quad (8)$$

$$\text{Substitusi } \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}} \right) = m\ddot{x} \text{ ke dalam persamaan diferensial}$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}} \right) - \frac{\partial L}{\partial x} = 0$$

$$m\ddot{x} - (mg) = 0$$

$$\ddot{x} = g \quad \text{dimana } \ddot{x} = \frac{dv}{dt}$$

$$\frac{dv}{dt} = g$$

$$\int dv = g \int dt$$

$$V_t = gt + C$$

$$\text{Pada saat } t=0$$

$$V_0 = C \text{ maka diperoleh}$$

$$V_t = V_0 + gt \quad (9)$$

$$\text{Menentukan posisi benda saat jatuh}$$

$$V_t = V_0 + gt$$

$$\frac{dx}{dt} = V_0 + gt$$

Karena gerak jatuh bebas, maka simbol yang harus digunakan adalah y. ganti x dengan y sehingga

$$\frac{dy}{dt} = V_0 + gt$$

$$\int dy = \int V_0 dt + \int gt dt$$

$$y = V_0 \int dt + g \int t dt$$

$$y_t = V_0 t + g \frac{1}{2} t^2 + C$$

$$y_t = V_0 t + \frac{1}{2} g t^2 + C$$

Pada saat $t = 0$

$$y_0 = C$$

$$y_t = Y_0 + V_0 t + \frac{1}{2} g t^2 \quad (10)$$

Mensubstitusikan persamaan pertama yaitu $V_t = V_0 + gt$ atau $t = \frac{V_t - V_0}{g}$ kedalam persamaan kedua

$$y_t = Y_0 + V_0 t + \frac{1}{2} g t^2$$

$$y_t = Y_0 + V_0 \left(\frac{V_t - V_0}{g} \right) + \frac{1}{2} g \left(\frac{V_t - V_0}{g} \right)^2$$

$$y_t = Y_0 + \frac{v_0 v_t - v_0^2}{g} + \left(\frac{v_t^2 + v_0^2 - 2v_0 v_t}{2g} \right)$$

$$y_t = Y_0 + \frac{2v_0 v_t - 2v_0^2}{2g} + \frac{v_t^2 + v_0^2 - 2v_0 v_t}{2g}$$

Karena $y_t = h$ maka hasil yang didapat

$$h = \frac{v_t^2 + v_0^2}{2g}$$

$$V_t^2 = V_{y0}^2 + 2gh \quad (11)$$

Newtonian : Penurunan Rumus Gerak Jatuh Bebas

$$y = x_t - x_0$$

$$V = \frac{dx}{dt}$$

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2 x}{dt^2}$$

dengan $y = h$ adalah perpindahan x_1 adalah posisi akhir, x_0 posisi awal, v kecepatan sesaat, $a = g$ percepatan sesaat dan t adalah waktu tempuh. Ingat bahwa percepatan rata-rata adalah perubahan kecepatan dibagi waktu tempuh

$$g = \frac{\Delta v}{t} = \frac{v_t - v_0}{t}$$

Mengalikan ruas kiri dan kanan dengan t sehingga persamaannya menjadi

$$v_t = v_0 + gt \quad (12)$$

Dan persamaan pertama terbukti. Selanjutnya membuktikan persamaan kedua. Ingat bahwa kecepatan sesaat adalah turunan pertama dari fungsi posisi terhadap waktu.

$$v = \frac{dx}{dt}$$

$$dx = v dt$$

$$\int dx = \int v dt$$

$$x = \int v dt$$

Untuk menentukan posisi akhir benda yang bergerak dari detik ke 0 hingga t detik, diintegrasikan dengan batas bawah 0 dan batas atas t. Karena $y = x_1 - x_0$, apabila $x_0 = 0$, maka $y = x_1 = x$. Disebabkan benda bergerak secara berubah beraturan, maka benda juga telah mengalami perubahan kecepatan siring berjalannya waktu sehingga persamaan menjadi

$$x = y = \int_0^t (v_0 + at) dt$$

$$y = \int_0^t v_0 dt + \int_0^t (at) dt$$

$$y = v_0 \int_0^t dt + a \int_0^t t dt$$

$$y = V_0 t + \frac{1}{2} g t^2 \quad (13)$$

Persamaan kedua terbukti. Persamaan ketiga dapat dibuktikan dengan mensubstitusikan persamaan pertama kedalam persamaan kedua

$$y = V_0 t + \frac{1}{2} g t^2$$

Pada persamaan pertama $y = h$ diketahui bahwa $y = V_t - V_0$ atau $t = \frac{V_t - V_0}{g}$ substitusi persamaan ini kedalam persamaan kedua sehingga

$$h = v_0 \left(\frac{V_t - V_0}{g} \right) + \frac{1}{2} g \left(\frac{V_t - V_0}{g} \right)^2$$

$$h = v_0 \left(\frac{V_t - V_0}{g} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{V_t - V_0}{g} \right)^2$$

$$h = \frac{v_0 v_t - v_0^2}{g} + \left(\frac{v_t^2 + v_0^2 - 2v_0 v_t}{2g} \right)$$

Menyamakan penyebutnya menjadi 2g

$$h = \frac{2v_0 v_t - 2v_0^2}{2g} + \frac{v_t^2 + v_0^2 - 2v_0 v_t}{2g}$$

$$h = \frac{v_t^2 + v_0^2}{2g}$$

kalikan kedua ruas dengan 2g sehingga

$$2gh = v_t^2 - v_0^2$$

$$v_t^2 = v_0^2 + 2gh \quad (14)$$

REFERENSI

- bin Ibne Walid, I. H., & bin Umar, M. F. (2022, July). Development of a Free Fall Motion Experiment based on Smart Phone using Phyphox application. In *Journal of Physics: Conference Series* (Vol. 2309, No. 1, p. 012085). IOP Publishing.
- Kanga, L. K., Astro, R. B., & Ika, Y. E. (2021). ANALYSIS OF VERTICAL MOVEMENTS ON FREEDOM AND BULLET MOVEMENT EVENTS USING VIDEO TRACKING METHOD. *ScienceEdu: Jurnal Pendidikan IPA*, 4(1), 19-25.
- Li, D., Wang, Y., Deng, C., & Wu, X. (2020). Coherent post-Newtonian Lagrangian equations of motion. *The European Physical Journal Plus*, 135, 1-19.
- Permatasari, N. B., Bawono, D. S., & Puspitasari, F. (2018). *Gerak jatuh bebas*. https://www.academia.edu/39166189/GERAK_JATUH_BEBAS. Diakses pada 17 Mei 2020.
- Priyadharsini, S., Basheer, S. M., Kaushalya, R., & Sneka, M. (2018). A study on Motion of a free falling body in Kinematic Equation. *International Journal for Research in Applied Science & Engineering Technology*, 6, 118-124.
- Ristiawan, A. (2018). Analisis gerak jatuh bebas dengan metode video based laboratory (vbl) menggunakan software tracker. *Journal of Teaching and Learning Physics*, 3(2), 26-30.
- Schwarz, J. P., Robertson, D. S., Niebauer, T. M., & Faller, J. E. (1998). A free-fall determination of the Newtonian constant of gravity. *science*, 282(5397), 2230-2234.
- Soni, S. K., & Kumar, M. (2004). On the transformation from Newtonian to Lagrangian description with Poisson bracket. *Europhysics Letters*, 68(4), 501.
- Sudjito, D. N. (2020, January). Penggunaan Modul Praktikum Mandiri Berbasis Simulasi PHET dalam Pembelajaran Fisika Tentang Gerak Parabola pada Bidang Datar. In *Prosiding Seminar Nasional MIPA Kolaborasi* (Vol. 2, No. 1, pp. 1-15).
- Sulistri, E., & Lisdawati, L. (2017). Using Three-Tier Test to Identify the Quantity of Student that Having Misconception on Newton's Laws of Motion Concept. *JIPF (Jurnal Ilmu Pendidikan Fisika)*, 2(1), 4-6.
- Supriyadi. (2008). *Membedah Sains dalam Proses Sains*. Yogyakarta: Jurdik IPA FMIPA UNY.
- Toda, S., Tati, M. Y. M., Bhoga, Y. C., & Astro, R. B. (2020). Penentuan Percepatan Gravitasi Menggunakan Konsep Gerak Jatuh Bebas. *OPTIKA: Jurnal Pendidikan Fisika*, 4(1), 30-37.
- Wu, X., Mei, L., Huang, G., & Liu, S. (2015). Analytical and numerical studies on differences between Lagrangian and Hamiltonian approaches at the same post-Newtonian order. *Physical Review D*, 91(2), 024042.
- Yuningsih, N., & Dewi, Y. C. (2022, August). Gaya Gesekan Udara Terhadap Benda yang Bergerak Vertikal Tanpa Kecepatan Awal. In *Prosiding Industrial Research Workshop and National Seminar* (Vol. 13, No. 01, pp. 14-19).
- Yuningsih, N., & Sardjito, S. (2020, September). Gerak Vertikal Benda Berukuran Berbeda yang Jatuh Tanpa Kecepatan Awal dan Bergesekan dengan Udara. In *Prosiding Industrial Research Workshop and National Seminar* (Vol. 11, No. 1, pp. 710-714).

- Zarini, A. N., & Matehkolae, J. M. (2020). A NEW APPROACH TO THE EQUATIONS OF FREE FALL MOTION. *Fundamental Journal of Mathematical Physics* Vol. 5, Issues 1-2, 2016, Pages 7-18.
- ZARINI, N. A., & MATEHKOLAE, M. J. (2016). A NEW APPROACH TO THE EQUATIONS OF FREE FALL MOTION.
- Zollman, D., & Fuller, R. (1994). Teaching and learning physics with interactive video.